

Διδακτική Πρόταση στην Άλγεβρα

Τίτλος : Η έννοια του λογάριθμου-Ιδιότητες των λογαρίθμων-Δεκαδικοί λογάριθμοι-Φυσικοί λογάριθμοι, Βιβλίο ΟΕΔΒ, «Άλγεβρα» Β' Λυκείου & 5.2 , σελ.173-177

Ταυτότητα

- **Δημιουργός καθηγήτρια Μαθηματικών :** Μπατσαρά Δροσούλα
- **Κοινότητα Μάθησης:** Β Λυκείου
- **Εμπλεκόμενες γνωστικές περιοχές:** Βιβλίο ΟΕΔΒ, «Άλγεβρα» και ΤΠΕ

Φιλοσοφία της δραστηριότητας

- Συμβατότητα με τα ΔΕΠΠΣ και με ΑΠΣ: Το σενάριο είναι απόλυτα συμβατό εφ' όσον αποτελεί διδακτική ενότητα στην ύλη της Άλγεβρας της Β' Λυκείου
- Γνώσεις και πρότερες ιδέες ή αντιλήψεις των μαθητών

1.Οι μαθητές γνωρίζουν παραστάσεις της μορφής

$a^{\mu/\nu} = \sqrt[\nu]{a^\mu}$ όπου $a \geq 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, δηλ δυνάμεις με ρητό εκθέτη, αλλά και με άρρητο εκθέτη και ότι ο υπολογισμός αυτών γίνεται με υπολογιστή τσέπης , όπως και τις ιδιότητες των δυνάμεων (σελ. 160-163 σχ βιβλίο)

2. Οι μαθητές γνωρίζουν την εκθετική συνάρτηση μπορούν να χαράξουν γραφική παράσταση εκθετικής

συνάρτησης και μετατοπίσεις αυτής , να βρίσκουν την μονοτονία (1-1) και Π.Ο, Σ.Τ από γραφική παράσταση και αλγεβρικά , όπως ξέρουν να λύνουν αλγεβρικά και γραφικά ,εκθετικές εξισώσεις , ανισώσεις και συστήματα αλλά και την σταθερή συνάρτηση

3. Οι μαθητές γνωρίζουν τον αριθμό e καθώς και τον νόμο της εκθετικής μεταβολής

4. Οι μαθητές ήρθαν σε υπολογισμούς με πολύ μικρούς αλλά και τεράστιους αριθμούς μέσα από προβλήματα

5 Οι μαθητές έγιναν κοινωνοί στην περιγραφή φαινομένων σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους όπου χρησιμοποιήθηκε ως μοντέλο η συνάρτηση $y=e^x$ πχ στη Φυσική και στη Χημεία περιγράφει διαδικασίες διάσπασης και απόσβεσης ενώ στην Οικονομία και Βιολογία αυξητικές διαδικασίες

6. Οι μαθητές διαπίστωσαν επίλυση προβλημάτων ότι εξισώσεις που τους δίνονταν ή προκύπταν από την επίλυση προβλημάτων της μορφής: π.χ $2^x=2023$ δεν μπορούσαν να τις λύσουν αλγεβρικά

7. Οι μαθητές διάβασαν το ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ(βασική ιδέα των λογαρίθμων) σελ 187 σχ. βιβλίο. Επισημάνθηκε από τον διδάσκοντα η σημασία των λογαρίθμων στην απλοποίηση των υπολογισμών από την αρχή της ιστορίας τους μέχρι την εφεύρεση των ηλεκτρονικών υπολογιστών με την βοήθεια του παραδείγματος: θέτουμε σε αντιστοιχία ένα προς ένα τους όρους μιας αριθμητικής και μιας γεωμετρικής προόδου

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ..(A. Π:ω=1)

2, 4, 8(2^3), 16, 32, 64, 128(2^7), 256, 512..(Γ.Π :λ=2)

Το γινόμενο δύο όρων της Γ.Π π.χ

$8 \cdot 128 = 1024 = 2^3 \cdot 2^7 = 2^{10}$ δηλ δύσκολοι πολ/σμοί ανάγονται σε πρόσθεση(θα το ανακαλύψουν οι μαθητές στις ιδιότητες των λογαρίθμων διότι οι όροι της Α.Π είναι οι λογάριθμοι των αντίστοιχων όρων της Γ.Π με βάση 2)

8. Όσο αφορά την τεχνολογία (τους υπολογιστές) θα πρέπει οι μαθητές να γνωρίζουν το πρόγραμμα GeoGebra και να έχουν μελετήσει την εκθετική συνάρτηση

9. Να έχουν τους κωδικούς για να μπουν στο e-class της καθηγήτριας

- Καινοτομίες: Με το σενάριο αυτό επιχειρείται μια επιστημονική προσέγγιση στη γνώση, στην αντίληψη και κατανόηση του λογάριθμου σε πτυχές που ήταν δύσκολο να αντιμετωπιστούν με τα συμβατά μέσα (πίνακα, μαρκαδόρο, τετράδιο, μολύβι, γεωμετρικά όργανα)
- Προστιθέμενη αξία: Σύμφωνα με τη θεωρία του Piaget ο μαθητής/τρια μαθαίνει καλύτερα σε ένα περιβάλλον πλούσιο σε ποικίλα εξωτερικά ερεθίσματα, όταν αυτό δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή/τρια να αλληλοεπιδρά μαζί του. Επιπρόσθετα ο Bruner υποστηρίζει ότι οι μαθητές/τριες ανακαλύπτουν τη γνώση (κανόνες, αρχές, ανάπτυξη δεξιοτήτων) με την καθοδηγούμενη

ανακάλυψη του εκπαιδευτικού με τους δικούς τους ρυθμούς, αποφάσεις και επιλογές. Το λογισμικό GeoGebra υποστηρίζει τη φιλοσοφία των θεωριών μάθησης, επιπλέον με το παρόν λογισμικό θα κάνουν εικασίες, θα πειραματιστούν, θα αναγνωρίσουν, θα καθορίσουν και θα δημιουργήσουν σαφή εικόνα για μοντέλα που υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, από διάφορες επιστήμες όπως Αστρονομία (άσκηση 7 σελ. 180), Σεισμολογία (παράδειγμα 1^ο σελ. 178), Στατιστική (πρόβλημα σελ. 173 σχ. βιβλίο), Οικονομία (άσκηση 8 σχ. βιβλίο σελ 180), Μικροβιολογία (άσκηση 5 σελ. 180 σχ. βιβλίο) Φυσική (άσκηση 6 σχ. Βιβλίο σελ. 180), Χημεία (παράδειγμα 2^ο και 3^ο σελ. 178-179 σχ βιβλίο) (ασύλληπτα και δυσνόητα, με τεράστιους αριθμούς ή πολύ μικρούς και με παραμέτρους πχ υπολογισμός πληθυσμού της γης, πρόβλημα στο σχ. βιβλίο 173 σελ.) Οι μαθητές θα διαπραγματευτούν, θα προβληματιστούν και θα διερευνήσουν τους λογαρίθμους συνεργαζόμενοι μεταξύ τους και με τον διδάσκοντα ώστε η αίθουσα παρότι δεν θα έχει την ησυχία και πειθαρχία, το σύνηθες κλίμα, θα είναι εργαστήριο μαθηματικών δραστηριοτήτων με ενεργή συμμετοχή όλων που θα αισθάνονται μικροί επιστήμονες .

Σκοποθεσία και Στόχοι

- Γενικός σκοπός

1.Χτίζεται βιωματικά η γνώση, με ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, οι μαθητές πειραματίζονται με τις περιεχόμενες μαθηματικές έννοιες, συνεργάζονται, παρατηρούν, συγκεντρώνουν πληροφορίες, οργανώνουν τα συμπεράσματά τους, διατυπώνουν κανόνες και ανακαλύπτουν μοντέλα, διαπραγματεύονται τις ιδέες τους και παρουσιάζουν το έργο τους στις άλλες ομάδες και στον διδάσκοντα ώστε να δομηθεί η ορθολογική σκέψη και γνώση στα πλαίσια μιας διαπολιτισμικής, δημοκρατικής κοινωνίας όπου είναι απαραίτητη η αποδοχή της διαφορετικότητας και καλλιέργεια πολιτειότητας. Επιπλέον το μάθημα γίνεται πιο ενδιαφέρον με την τεχνολογία με την οποία οι νέοι είναι εξοικειωμένοι

2.Να κατανοήσουν οι διδασκόμενοι την τεράστια σημασία των δεκαδικών και των φυσικών (νεπέρων) λογαρίθμων για εφαρμογές στις διάφορες επιστήμες εκτός από αυτές που διδάσκονται στο σχολείο, Φυσική, Χημεία στη Σεισμολογία, στην Αστρονομία, Ιατρική, Τοπογραφία στην Αστρονομική ναυτιλία κτλ Κατά τον 17^ο αιώνα απλοποιώντας δύσκολους υπολογισμούς οι λογάριθμοι συνέβαλλαν στην πρόοδο της επιστήμης και ειδικότερα στην Τοπογραφία και στην Αστρονομική ναυτιλία δυο πολλοί σημαντικούς κλάδους της επιστήμης. Ο Πιέρ Σιμόν Λαπλάς ονόμασε τους Λογάριθμους: «Ένα θαυμαστό κατασκευάσμα το οποίο, μειώνοντας σε λίγες μέρες τον χρόνο δουλειάς πολλών μηνών,

διπλασιάζει την ζωή του αστρονόμου και τον γλυτώνει από τα λάθη και την αηδία που είναι αχώριστα κομμάτια των μεγάλων υπολογισμών» Στις αρχές του 17^{ου} αιώνα για την εκτέλεση των πράξεων επινοήθηκε και κατασκευάστηκε ο λογαριθμικός κανόνας, που στηρίζεται στις ιδιότητες των λογαρίθμων. (έχουμε στο αρχείο μας και το δείξαμε στους μαθητές μας όπως και πως χρησιμοποιείτο)

3. Η δύναμη της τεχνολογίας με την εξέλιξή της δηλ πόσο πιο γρήγορα γίνονται οι υπολογισμοί με κομπιουτεράκι και βέβαια πόσο γρήγορα βγάζουμε αποτελέσματα και αυτό συντελεί στην εξέλιξη και ανάπτυξη των επιστημών, στην γνωστοποίηση με το διαδίκτυο σε όλο τον πλανήτη και τελικά στη βελτίωση της ζωής του ανθρώπου και στην ανάπτυξη των επιστημών, του πολιτισμού και της κοινωνίας

- Γνωστικοί στόχοι

1. Η ανάγκη υπολογισμών κατά την επίλυση προβλημάτων οδήγησε στην δημιουργία των λογαρίθμων

2. Να αναγνωρίζουν τον λογάριθμο του αριθμού, $\theta > 0$ ότι είναι λύση της εξίσωσης $a^x = \theta$ (θ να μην μπορεί να γραφεί δύναμη με βάση το a) (Π.Σ 4.3.1)(Η εισαγωγή της έννοιας του λογαρίθμου θα γίνει μέσω αυτής της εξίσωσης), διότι οι διδασκόμενοι δεν έχουν στη διάθεσή τους άλλη μέθοδο επίλυσης τέτοιων εξισώσεων, εκτός της γραφικής μεθόδου

3. Από τη διαδικασία γραφικής επίλυσης θα επισημάνουν τη μοναδικότητα της λύσης, την οποία ονομάζουμε «λογάριθμο του θ με βάση a » και συμβολίζουμε με $\log_a \theta$, δηλαδή $a^{\log_a \theta} = \theta$. Έτσι για θετικούς αριθμούς a και θ έχουμε την ισοδυναμία $a^x = \theta \Leftrightarrow \log_a \theta = x$

Ο $\log_a \theta$ είναι ο εκθέτης στον οποίο πρέπει να υψώσουμε τον a για να βρούμε το θ

4. Να γνωρίσουν τον λογάριθμο ενός αριθμού θ ως προς βάση a ($a > 0$ με $a \neq 1$ και $\theta > 0$) και ποιοι λογάριθμοι ονομάζονται δεκαδικοί (κοινοί)

$\log_{10} \theta = \log \theta = \text{λογ} \theta$, (πολλές εφαρμογές στην επιστήμη και τη Μηχανική. Επειδή ο δεκαδικός λογάριθμος αυξάνεται πολύ αργά για μεγάλα x , η λογαριθμική κλίμακα χρησιμοποιείται για τη συμπίεση μιας μεγάλης κλίμακας επιστημονικών δεδομένων. Έτσι εμφανίζονται σε πάρα πολλά επιστημονικά μοντέλα διαφόρων επιστημών όπως είναι η Σεισμολογία, η Χημεία, η Ψυχολογία, η Μηχανική των Πυραύλων κτλ.

Να γνωρίσει τους φυσικούς (νεπέριους) λογαρίθμους $\log_e \theta = \ln \theta$, $e \approx 2,718$ (χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά και ιδιαίτερα στη Μαθηματική Ανάλυση)

* Ο $\log_2 x$ αποτελεί σημαντικό στοιχείο της Επιστήμης των Υπολογιστών

5. Να γνωρίσουν ποιες είναι οι ιδιότητες των λογαρίθμων, αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2, \theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύουν:

$$\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$$

$$\log_a \frac{\theta_1}{\theta_2} = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$$

$$\log_a \theta^\kappa = \kappa \log_a \theta \quad (\log_a \sqrt[\nu]{\theta} = \frac{1}{\nu} \log_a \theta)$$

να ξέρουν να τις αποδείξουν (σελίδα 175 σχ βιβλίο «Άλγεβρα»)

και να κατανοήσουν ότι είναι πολύ σημαντικές για το λογισμό με λογάριθμους θετικών αριθμών, επιπλέον ότι προκύπτουν από αντίστοιχες ιδιότητες των δυνάμεων, αφού οι λογάριθμοι χρησιμοποιούνται ως εκθέτες μεγάλων δυνάμεων

6. Να μπορούν να επιλύουν λογαριθμικές εξισώσεις και λογαριθμικά συστήματα με την βοήθεια του ορισμού και των ιδιοτήτων των λογαρίθμων

7. Να εφαρμόζουν τις ιδιότητες των λογαρίθμων και να τις χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων (αφού προηγηθεί μοντελοποίηση αυτών)

(στόχοι Π.Σ 4.3.2 και 4.3.3)

- **Διάρκεια 3 ώρες**

- **Κοινωνική ενορχήστρωση της κοινότητας και απαιτούμενη υλικοτεχνική υποδομή**

1. Το σενάριο θα γίνει στο εργαστήριο πληροφορικής . Οι μαθητές θα εργαστούν ανά δύο ή τρείς. Καλό είναι οι ομάδες να μην είναι αμιγείς και με διακριτική παρέμβαση του εκπαιδευτικού να είναι διαφορετικού γνωστικού και επίδοσης επιπέδου

2. Οι μαθητές να έχουν μαζί τους το σχολικό βιβλίο της «Άλγεβρας», ένα τετράδιο , στυλό, marker , usb

3. Κάθε ομάδα να έχει μια κατανομή εργασίας πχ ένας να διαχειρίζεται τον Η.Υ , άλλος να κρατά σημειώσεις και άλλος να δίνει οδηγίες και συνεργαζόμενοι να βγάζουν συμπέρασμα που θα το κοινοποιούν στις άλλες ομάδες και στον διδάσκοντα

4. Ο εκπαιδευτικός φέρει μαζί του το σχ. βιβλίο, usb, φύλλα εργασίας που διανέμει ανάλογα στο σημείο που βρίσκονται, στους μαθητές κατά την διάρκεια της υλοποίησης του σεναρίου, ενθαρρύνει, υποστηρίζει, ανακαλύπτει, επιβραβεύει, αξιολογεί

Βιβλιογραφία

1. Επιμορφωτικό υλικό από εξάμηνο σεμινάριο:» Υποστηρίζοντας το έργο των εκπαιδευτικών στο σύγχρονο σχολείο» Πάντειο Πανεπιστήμιο Κοινωνικών και Πολιτικών Επιστημών

2. Ανδρεαδάκης, Κατσαργύρης, Παπασταυρίδης, Πολύζος, Σβέρκος «Άλγεβρα» Β' Λυκείου σχολικό βιβλίο ΟΕΔΒ 2023-24
3. Brousseau(1997): «Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών» Εκδ. Ελληνικά Γράμματα
4. Tele math: «Διδακτική Μαθηματικών – Σενάρια διδακτικής»
- 5.Βοσνιάδου Στέλλα (2003) «Εισαγωγή στην ψυχολογία» Αθήνα
6. Κυνηγός Χ& Δημαράκη Ε (2002) «Νοητικά εργαλεία και Πληροφοριακά μέσα, Παιδαγωγική αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας για τη μετεξέλιξη της εκπαιδευτικής πρακτικής»
- 7.Αργύρης Μ (2002) «Διερευνητική μάθηση με χρήση υπολογιστικών εργαλείων»
8. Ρήγα Θ «Διδακτική μεθοδολογία των Μαθηματικών»
- 9.Ηλιόπουλος Νικόλαος: « Διατριβή στο Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο»
- 10.Μπούτσκου Α (2013) «Επιμόρφωση Β' επιπέδου»
- 11.Πληροφορίες από πλοήγηση στο διαδίκτυο

Σύντομη περιγραφή

- Αναζητήστε στο Google 'GeoGebra classic'
- Επισκεφτείτε τον ιστότοπο
<https://www.geogebra.org/classic?lang=el>

- Επισκεπτόμαστε το e-class για να κάνουμε ένα σταυρόλεξο, πόνημα της καθηγήτριας Μπατσαρά Δροσούλας
<https://crosswordlabs.com/embed/dew1332024>
- Επισκεπτόμαστε το Drive της καθηγήτριας Μπατσαρά Δροσούλας:



- Χρησιμοποιώντας το πληκτρολόγιο της ιστοσελίδας εισάγεται στη μπάρα κάθε φορά ότι δίνεται στο φύλλο εργασίας
- Καταγράφονται τα συμπεράσματα
- Συζητούμε τα συμπεράσματα
- Χαλαρώνουμε μπαίνοντας στο e-class για να κάνουμε ένα σταυρόλεξο μου
- Δίνουμε φύλλα εργασίας για ενασχόληση και ανατροφοδότηση στο σπίτι

Πρόσθετες πληροφορίες

Η τάξη είναι μια κοινότητα μάθησης που αποτελείται από άτομα που συνδέονται με κοινές αξίες και ιδανικά και επηρεάζουν το ένα το άλλο στη μαθησιακή διαδικασία. Τέτοιες κοινότητες οικοδομούνται βασιζόμενες σε αρχές κοινής συμμετοχής και ανάληψη δράσης, ενώ την ίδια στιγμή προκαλούν τις παραδοσιακές μορφές σχέσεων δασκάλου – μαθητή δεδομένου ότι οι εκπαιδευτικοί δεν είναι πλέον οι μόνοι φορείς της πληροφορίας, αλλά συνεργάτες και συνερευνητές με τους μαθητές τους.(Mylonakon – Keke, 2009). Η Διδακτική πρόταση είναι καινοτόμος δράση στο χώρο των Μαθηματικών. Αμβλύνει πολλά προβλήματα. Στο σχολείο υπάρχουν μαθητές διαφόρων κοινωνικών τάξεων, οικονομικού στάτους, γνωστικού επιπέδου, διαφόρων εθνικοτήτων, μαθητές με μαθησιακές

δυσκολίες κτλ. Τα ΤΠΕ και το συγκεκριμένο λογισμικό GeoGebra

καθοδηγεί τους μαθητές στην πορεία όχι μόνο της ανακάλυψης αλλά και της κατάκτησης της γνώσης, δίνοντας τους εσωτερικά κίνητρα μάθησης και αμβλύνει τις ανισότητες. Το σενάριο αναδεικνύει την ορθολογική χρήση των ΤΠΕ μέσα από το προσδοκώμενο «διδακτικό κέρδος» ενώ γίνεται ταυτόχρονα η αρχή της καθαρά θεωρητικής σκέψης για τις μορφές.(Jon Ogborn)

Αξιολόγηση – Συμπεράσματα

Το διδακτικό σενάριο είχε επιτυχία . Υπήρξε ομαδοσυνεργασία, καθηγήτρια – μαθητές/τριες συνεργάστηκαν. Η διερευνητική δυνατότητα των πολλαπλών αναπαραστάσεων του λογισμικού , ήταν σαν “ένα ομαδικό παιχνίδι” με έννοιες και μοντέλα της Άλγεβρας , όπου καθηγήτρια – μαθητές/τριες είχαν συνεχή και ενεργή δράση.

Τρίτη 27 Φλεβάρη 2024

1^ο ΓΕΛ

Πτολεμαΐδας